

2005版

数学复习指南

原著：陈文灯/黄先开/曹显兵

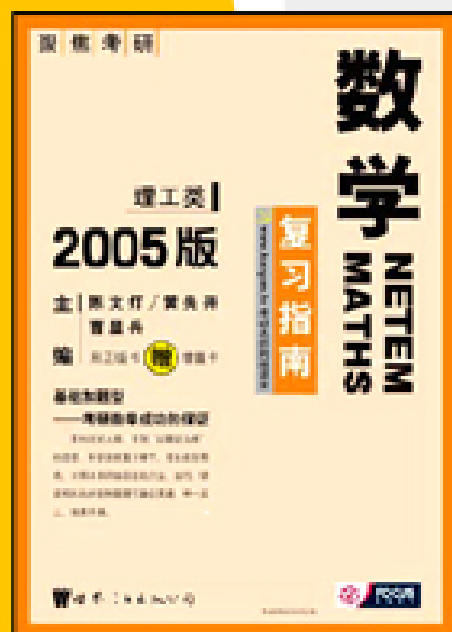
(理工类)

习题详解

潘正义编写

考试在线名师课堂

www.kaoshi.tv



特许加盟培训机构



潘正义教授

所授课程：考研数学(考试在线资深考研数学名师)

教育背景：天津农学院任数学教研室主任

名师简介：潘正义教授，1963年毕业于同济大学数学系，从事数学教学40余年，退休前是天津农学院数学教研室主任，长期在一线从事数学教学工作，参编数年数学教材，并由科学出版社出版了译著“美国大学生数学竞赛例题精讲”一书(该书是普斯林格出版社数学丛书中关于解题方法的很有名的书籍)，先后在各种数学刊物上发表了：“矩阵与指点问题的注记”等和数学解题方法有关的文章20余篇。1999年起在天津大学培训部从事考研数学培训工作，主讲陈文灯先生的考研教材，并精讲了陈先生教材中的全部习题。

第五章 中值定理的证明技巧 (一)

一. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $a < x_1 < x_2 < \dots < x_n < b$, $c_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ 为任意正数, 则在

(a, b) 内至少存在一个 ξ , 使
$$f(\xi) = \frac{c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2) + \dots + c_n f(x_n)}{c_1 + c_2 + \dots + c_n}.$$

证明: 令 $M = \max_{1 \leq i \leq n} \{f(x_i)\}$, $m = \min_{1 \leq i \leq n} \{f(x_i)\}$. 不妨假定 $f(x_1) = m$, $f(x_n) = M$

所以
$$m \leq \frac{c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2) + \dots + c_n f(x_n)}{c_1 + c_2 + \dots + c_n} \leq M$$

所以存在 $\xi (a < x_1 \leq \xi \leq x_n < b)$, 使得
$$f(\xi) = \frac{c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2) + \dots + c_n f(x_n)}{c_1 + c_2 + \dots + c_n}$$

二. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a) < a$, $f(b) > b$, 试证在 (a, b) 内至少存在一个 ξ , 使 $f(\xi) = \xi$.

证明: 假设 $F(x) = f(x) - x$, 则 $F(a) = f(a) - a < 0$, $F(b) = f(b) - b > 0$

于是由介值定理在 (a, b) 内至少存在一个 ξ , 使 $f(\xi) = \xi$.

三. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 且 $0 \leq f(x) \leq 1$, 试证在 $[0, 1]$ 内至少存在一个 ξ , 使 $f(\xi) = \xi$.

证明: (反证法) 反设 $\forall x \in [0, 1], \varphi(x) = f(x) - x \neq 0$. 所以 $\varphi(x) = f(x) - x$ 恒大于 0 或恒

小于 0. 不妨设 $\forall x \in [0, 1], \varphi(x) = f(x) - x > 0$. 令 $m = \min_{0 \leq x \leq 1} \varphi(x)$, 则 $m > 0$.

因此 $\forall x \in [0, 1], \varphi(x) = f(x) - x \geq m$. 于是 $f(1) \geq 1 + m > 1$, 矛盾. 所以在 $[0, 1]$ 内至少存在一个 ξ , 使 $f(\xi) = \xi$.

四. 设 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a) < g(a)$, $f(b) > g(b)$, 试证在 (a, b) 内至少存在一个 ξ , 使 $f(\xi) = g(\xi)$.

证明: 假设 $F(x) = f(x) - g(x)$, 则 $F(a) = f(a) - g(a) < 0$, $F(b) = f(b) - g(b) > 0$

于是由介值定理在 (a, b) 内至少存在一个 ξ , 使 $f(\xi) = g(\xi)$.

五. 证明方程 $x^5 - 3x - 2 = 0$ 在 $(1, 2)$ 内至少有一个实根.

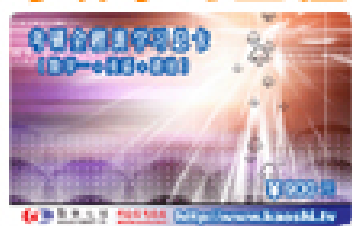
证明: 令 $F(x) = x^5 - 3x - 2$, 则 $F(1) = -4 < 0$, $F(2) = 24 > 0$

所以 在 $(1, 2)$ 内至少有一个 ξ , 满足 $F(\xi) = 0$.

各类考研学习卡及充值卡

考试在线
www.kaozhi.cn

考研学习全程班套餐卡



考研全程班学习数学一套餐卡



考研全程班学习数学一套餐卡



考研全程班学习数学一套餐卡



考研全程班学习数学一套餐卡

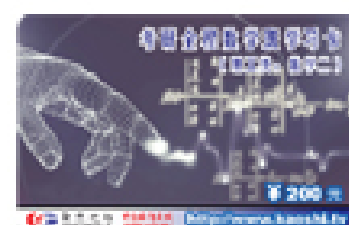
对应课程：考研数学全程班(数学一)(数学二)(数学三)(数学四)、
考研英语全程班、考研政治全程班

主讲教师：潘正义、张建国、夏荷荣、任丽卿、宫东风、包仁、
徐之明、李海洋、汪云生

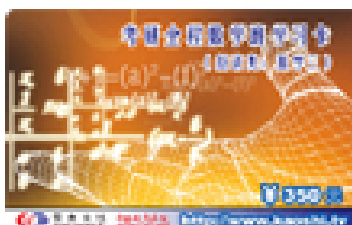
考研学习全程班单科卡



考研数学全程班数学一学习卡



考研数学全程班数学一学习卡



考研数学全程班数学一学习卡



考研数学全程班数学一学习卡

对应课程：考研数学全程班(数学一)(数学二)(数学三)(数学四)

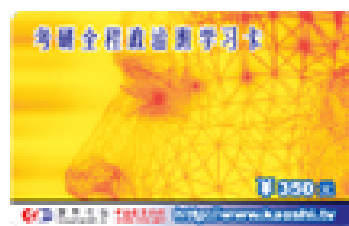
主讲教师：潘正义、张建国

各类考研学习卡及充值卡

考研学习全程班单科卡



名称：考研英语全程班学习卡
对应课程：考研英语
主讲教师：夏荷荣、任丽卿、
宫东风

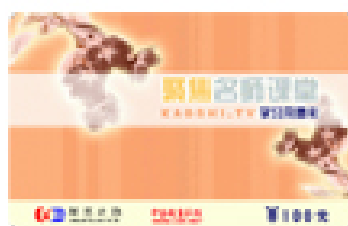


名称：考研政治全程班学习卡
对应课程：考研政治
主讲教师：包仁、徐之明、
李海洋、汪云生

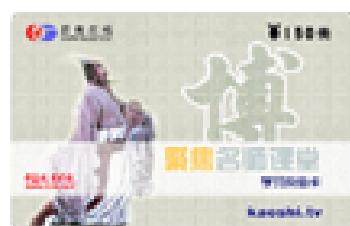
聚焦名师课堂学习充值卡(适用于所有课程)



聚焦名师课堂学习50元充值卡



聚焦名师课堂学习100元充值卡



聚焦名师课堂学习150元充值卡



聚焦名师课堂学习200元充值卡



进入名师课堂 考研路上也从容

考试在线名师课堂五大优势

1. 省心——听课时间可自由选择，再也不会错过好课。
2. 省力——足不出户即可听课，免去奔波之苦。
3. 省时——卡一到手，即可听课，助你考研成功。
4. 省烦恼——板书看不清、老师有口音、讲课速度快这些烦恼，全部省掉。
5. 省银子——费用比面授培训低至少1/3。

考试在线学习卡独具八大魅力

1. 网罗当今顶尖级考研名师，全国绝无仅有的豪华阵容。
2. 先下载，后认证，离线听课，比同类课件省99%上网费。
3. 视频不受网络带宽的影响，可以不让名师变结巴。
4. 界面集声音、图像、笔记于一体，名师与你零距离。
5. 记次不记时，可以反复跳跃听N遍。
6. 年限不定死，开卡后有效期持续一年，在任何时候都可以买到保值的学习卡。
7. 考试在线网站全方位服务支持，更可通过“考试通”与名师在线聊天，随时沟通无极限。
8. 更有超极VIP的充值卡，可以灵活自由选择课件，想听多少充多少。

网站客服电话：010-62198081 客服E-mail：member@kaoshi.tv
客服考试通账号：8610 技术考试通账号：8616
公司地址：北京中关村南大街12中国农科院百欣科技楼5层502
聚焦在线 版权所有 中国教育在线 独家支持